福建中學
中四級 上學期考試 (2020-2021)
數學科 必修部分
(兩小時)

日期：二零二一年一月七日 姓名：_____
時間：上午八時三十分至上午十時三十分 班別：_____ 班號：_____

考生須知

1. 本試卷分三部份，即解答題目，多項選擇題和附加題。解答題目分甲部(1)、甲部(2)、乙部，甲部(1)佔 34 分，甲部(2)佔 27 分，乙部佔 19 分。多項選擇題佔 20 分，附加題佔 5 分。

2. 本卷滿分為 100 分。

3. 本試卷解答題目和多項選擇題的各題均須作答，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。

4. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。

5. 除特別指明外，所有數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。

6. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

解答題目

甲部(1) (34 分)

1. 令 y 成為公式 $x=\dfrac{5y-1}{1+y}$ 的主項。

(3 分)

2. 因式分解

(a) $24x-2x^2$,

(b) $x^2-13x+12$,

(c) $x^2-13x+12+24x-2x^2$ 。

(4 分)

3. 某校中三級有125名男生。若女生人數的60%相等於男生人數的48%，
   (a) 問中三級有多少名女生？
   (b) 問中三級有多少名學生？

(4 分)

4. 解方程 $(x+1)(x-1)=(2-x)(1+x)$ 。

(3 分)

5. 若 $y = 3x^2 + 2x + 4k$ 的圖像與 x 軸不相交，求 k 的取值範圍。

(3 分)

6. 若 $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = x^2 + 3$ 及 $h(x) = \dfrac{g(x)}{f(x)}$，

(a) 求 $f(1) \bullet g(-1)$ 的值。

(b) 求 $h(x)$ 的定義域。

(3 分)

7. 已知二次函數 $y = f(x)$ 圖像只有一個 x 截距，且其 x 截距和 y 截距分別是 2 和 3。

(a) 求 $y = f(x)$ 圖像的頂點坐標。

(b) 求 $f(x)$。

(4 分)

8. 設 p 是一個非零常數。當 $f(x) = x^3 - px^2 + 2px - 3p$ 除以 $x - p$ 時，其餘數為 $5p$。求

(a) p，

(b) 當 $f(x)$ 除以 x 時的餘數。

(5 分)

9. 設 c 和 d 是非零實數。
   (a) 化簡 $4(c + di)(2 + 5i)$，並以 $a + bi$ 的形式表示答案。
   (b) 若 $4(c + di)(2 + 5i)$ 是實數，求 $c : d$。

(5 分)

甲部(2) (27 分)

10. 已知二次函數 $y = f(x)$ 的圖像的頂點 A 為 $(2 , -3)$。若該圖像與 x 軸相交於原點 O 和另一點 B，
   (a) 求 B 點的坐標；
   (b) 求 $\triangle OAB$ 的面積。

(6 分)

11. 已知一元二次方程 $9x^2 - kx + 1 = x$ 有兩個相等實根。

(a) 求常數 k 的兩個可能值。

(b) 如果 k 是負數，解該方程。

(6 分)

12. $f(x)$ 是一個多項式。當 $f(x)$ 分別除以 $x-2$ 和 $x+1$ 時，所得的餘數分別是 -8 和 10。當 $f(x)$ 除以 x^2-5x+4 時，所得的餘數是 0 而商式是 $ax+b$ 。

(a) 求 a 和 b 的值。

(b) 解方程 $f(x)=0$。

(7 分)

13. 圖 1 所示，ABC 為一三角形，其中 $AB = BC = CA$，$DM = 2$ cm。
$DEFG$ 是一個長方形，而 D、E、F、G、M 是 $\triangle ABC$ 邊上的點。設 $BD = x$ cm，$BG = 2x$ cm。
已知 $\triangle ABC$ 的面積是 $DEFG$ 的 2 倍。
(a) 以 x 表示 DG。
(b) 以 x 表示 AM。
(c) 求 x。

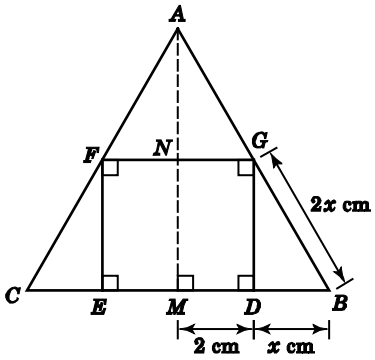

圖 1

(8 分)

乙部 (7-19 分)

乙部中，每題只選擇作答(X)或(Y)部，切勿同時作答兩部。若在同一題兩部均有作答，只有(X)部可獲評分。

14X. 已知 α 和 β 是二次方程 $2x^2+k=2(2-k)x$ 的根，其中 k 為實數。

(a) 用 k 表示 $\alpha+\beta$ 和 $\alpha\beta$。

(2 分)

(b) 已知 $(\alpha-\beta)^2=76$。求 k 的值。

(3 分)

或

14Y. 設 α 和 β 為方程 $2x^2+8x-9=0$ 的兩根，在不解方程的情況下，求 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ 的值。

(2 分)

15X. 設 R_1 和 R_2 分別為多項式 $f(x)$ 和 $g(x)$ 除以 $2x + 1$ 時所得的餘數。
已知 $R_1 = kR_2$，其中 k 為非零實數。

(a) 證明 $f(x) - kg(x)$ 能被 $2x + 1$ 整除。 (2 分)

(b) 考慮 $f(x) = 4x^4 - 7x^3 - 10x^2 + 11x + 8$ 和
$g(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 24x - 11$。

(i) 求 $f(x)$ 和 $g(x)$ 分別除以 $2x + 1$ 時所得的餘數。

(ii) 由此，找出一個四次多項式 $h(x)$，使得 $2x + 1$ 為 $h(x)$ 的其中一個因式。 (5 分)

或

15Y. 求 $(9x^2 + 27x^3 - 3x - 35) \div (3x - 2)$ 的商式和餘式。

(2 分)

16X. 在圖 2 中，一段總長度為 120 米的欄桿 $PQRST$ 用於圍繞一個長方形大廈外圍的一個 L 形區域。已知 $PQ = TS = x$ m, $QR = RS$ 和 L 形區域 $PQRSTU$ 的面積為 N m^2。

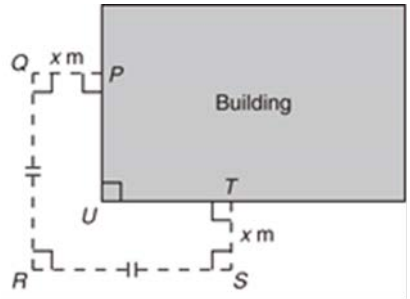

圖 2

(a) 以 x 表示 QR 和 PU 的長度。

(2 分)

(b) 以 x 表示 N。

(2 分)

(c) 利用配方法，求 N 的最大值。

(3 分)

或

16Y. 利用配方法，求 $y = 2x^2 - 40x + 6$ 圖像的頂點的坐標。

(3 分)

多項選擇題 (20 分)

把每題最佳的答案填寫在下列的方格內。

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

17. 以 R 和 $-S$ 為根，可建立下列哪一個一元二次方程？
    A. $x^2 - (R + S)x + RS = 0$
    B. $x^2 + (R - S)x - RS = 0$
    C. $x^2 + (S - R)x - RS = 0$
    D. $x^2 + (R + S)x + RS = 0$

18. 在圖 3 中，O 是原點，$y = x^2 - 4x + 3$ 的圖像與 x 軸相交於 A 和 B 兩點。求 $OA + OB$ 的長度。
    A. 3
    B. 4
    C. 5
    D. 6

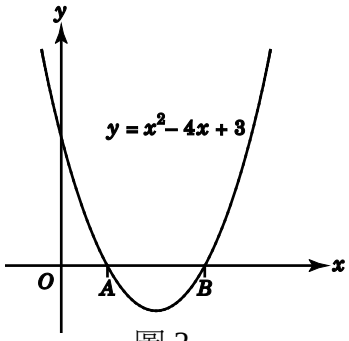

圖 3

19. 如果 a 和 b 都是有理數，而 c 是無理數。以下何者必定正確？
    I. $a + b + c$ 一定是無理數。
    II. abc 一定是無理數。
    III. 如果 $a \neq 0$，$ax^2 + bx + c = 0$ 的根一定是無理數。
    A. 只有 I
    B. 只有 I 和 II
    C. 只有 II 和 III
    D. 只有 I 和 III

20. 若 a、b 為相異實數，且 $\begin{cases} a^2 + 6a + 3 = 0 \\ b^2 + 6b + 3 = 0 \end{cases}$，求 $a^2 + b^2$。
    A. 30
    B. 35
    C. 40
    D. 45

21. $(3i)^4 \times \left(\frac{-1}{3}i\right)^3 =$

A. 0
B. $3i$
C. $-3i$
D. $\frac{i}{3}$

22. 如果 $g(x) = x^2 - 6x + 5$，則 $3g(x) - g(3x) =$

A. 0
B. $6x^2 - 10$
C. $-6x^2 + 10$
D. $12x^2 + 20$

23. 圖 4 為 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖像，以下何者必定正確？

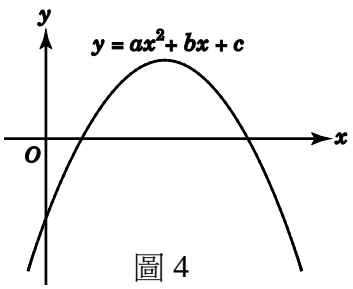

圖 4

A. $a > 0, c > 0$ 和 $b^2 - 4ac < 0$
B. $a > 0, c < 0$ 和 $b^2 - 4ac < 0$
C. $a < 0, c > 0$ 和 $b^2 - 4ac > 0$
D. $a < 0, c < 0$ 和 $b^2 - 4ac > 0$

24. 已知 $f(x) = 6x^3 + 41x^2 - 9x - 14$ 和 $f(-7) = 0$，因式分解 $f(x)$。

A. $(x + 7)(2x + 1)(3x - 2)$
B. $(x - 7)(2x - 1)(3x + 2)$
C. $(x - 7)(2x + 1)(3x + 2)$
D. $(x + 7)(2x - 1)(3x - 2)$

25. 求 $(x + 1)^2(x - 4)(x + 3)$ 和 $5(x + 1)(x - 4)^2$ 的 H.C.F.。

A. $5(x + 1)^2(x - 4)^2(x + 3)$

B. $(x + 1)(x - 4)(x + 3)$

C. $(x + 1)(x - 4)$

D. $5(x + 1)(x - 4)(x + 3)$

26. 化簡 $\dfrac{1}{a^2-4}+\dfrac{2a}{a^2-6a+8}-\dfrac{2}{a^2-2a-8}$ 。

A. $\dfrac{2a^2+a+5}{(a+2)(a-2)(a-4)}$

B. $\dfrac{a(2a+3)}{(a+2)(a-2)(a-4)}$

C. $\dfrac{2a+3}{(a+2)(a-2)(a-4)}$

D. $\dfrac{1}{(a-2)(a-4)}$

附加題(5 分)

27. 若 n 為正整數，且 $n^{2018}-1$ 能被 $(n-1)^2$ 整除，求 n 的所有可能值的和。提示：先求 $n^{2018}-1=(n-1)Q(n)$ 中的 $Q(n)$。

(5 分)

-試卷完-